Tratamiento de datos experimentales

Material extraído de: ***"La física entre nosotros 5to año"*** **Autor:** ***Marcelo Szwarcfiter***

MEDIDAS

Realizar una medición significa obtener un número denominado MEDIDA, que es la relación entre la cantidad desconocida que queremos medir y una cantidad conocida de la misma clase, que elegimos como unidad.

Por ejemplo si deseamos medir el volumen de agua que hay en un balde, puedo tomar un vaso como unidad e ir contando el número de vasos llenos de agua que puedo sacar de él. Para que la medida tenga un carácter universal puedo utilizar una unidad más general como puede ser el m^3, litro, etc.

¿Existe la medida exacta?

Por diferentes y variados motivos es imposible obtener una medida exacta de una magnitud, por lo que siempre nuestras medidas estarán afectadas por cierta inseguridad, que denominaremos incertidumbre. Cuando realicemos una medición debemos tratar de encontrar el valor más probable de la magnitud medida e indicar cuál es el margen de incertidumbre con el que trabajamos.

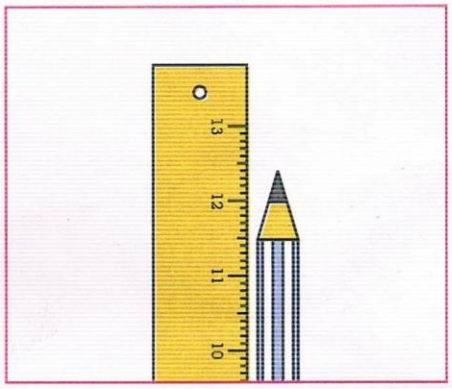

Fig. 1 La apreciación de la regla es 1 mm.

Ejemplo 1

Un alumno mide el largo de un lápiz (fig.1) y expresa la medida de la siguiente forma $L = (12{,}4 \pm 0{,}1)$cm. ¿Qué significa esta notación?

Significa que la medida más probable del largo del lápiz es 12,4 cm, pero cualquier valor entre 12,3cm (12,4 – 0,1) y 12,5cm (12,4 + 0,1) es posible. Esto se puede representar gráficamente en un eje numérico (fig.2) donde cualquier punto del entorno indicado puede ser la medida de la longitud del lápiz.

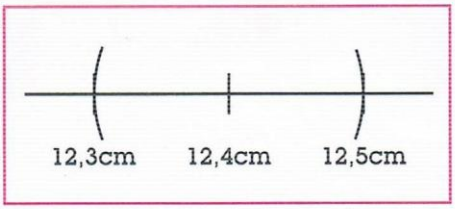

Fig. 2 La medida del lápiz se encuentra en el intervalo indicado.

Al margen de incertidumbre que tiene una medida se le denomina incertidumbre o error[1] absoluto de la medida.

Para indicar la incertidumbre absoluta se suele utilizar la letra delta tanto mayúscula (Δ) como minúscula (δ). En forma general una medida **L** se expresará: $\mathbf{L \pm \delta L}$ **o** $\mathbf{L \pm \Delta L}$

Fig. 3 La apreciación de este reloj es 1 segundo.

Apreciación de un instrumento

La apreciación es una característica del instrumento y la definimos como la menor variación de la medida que podemos registrar con dicho instrumento.

En los instrumentos con escala es el valor entre dos divisiones consecutivas, por ejemplo la regla de la fig. 1 tiene un apreciación de 1mm. Si el instrumento es digital, la apreciación es el menor cambio que se pueda registrar con él (fig. 3).

Cifras Significativas

Cuando expresamos el valor obtenido en un proceso de medición, debemos escribir todos los dígitos que son seguros y el primer dígito inseguro (afectado por cierta incertidumbre). Estos dígitos son las cifras significativas de la medida.

1 Se utiliza el término "error" como sinónimo de incertidumbre o inseguridad, no debe entenderse que la medida está equivocada.

Por ejemplo, la medida de una temperatura realizada con un termómetro de apreciación 0,1ºC puede ser 27,4ºC. Los dos primeros dígitos (2 y 7) son seguros, pero el tercer número (4) está afectado por la incertidumbre (0,1ºC). Decimos que ésta medida tiene tres cifras significativas.

Consideraciones finales sobre cifras significativas

- **El número de cifras significativas nos indica la precisión con la que fue realizada la medición.**
- **Los ceros que indican el lugar decimal del primer dígito distinto de cero no son cifras significativas. Por ejemplo 0,0037Km tiene 2 cifras significativas, este número puede expresarse como 3,7 x 10^{-3}Km.**
- **Los ceros en cualquier otra ubicación se consideran cifras significativas. 4,3m tiene 2 cifras significativas, 4,300m tiene cuatro y 403m tiene tres.**

Forma correcta de expresar una medida

- **Debemos escribir todos los dígitos que son seguros y el primer dígito inseguro.**
- **El error absoluto debe tener una sola cifra significativa. En caso de que tenga más de una, debemos redondear (fig. 4).**
- **El error absoluto debe afectar a la última cifra de la medida. Dicho de otra forma, la medida no puede tener mas cifras decimales que el error.**

Si queremos redondear el número 4,583 para expresarlo con 2 cifras significativas, debemos observar el valor de la primera cifra no significativa, en este caso el 8. Si esta cifra es mayor o igual que 5 aumentamos en una unidad el dígito anterior y obtenemos 4,6. Si la tercer cifra hubiera sido menor que 5, no se aumentaría una unidad obteniéndose el número 4,5.

Fig. 4

Ejemplo 2

Exprese correctamente la siguiente medida (7,058 ± 0,013)m.

La incertidumbre debe tener 1 sola cifra significativa, al redondear nos queda 0,01m. Este número corresponde a las centésimas de metros (2 lugares después de la coma), por lo que la medida debe redondearse hasta el mismo lugar decimal. Redondeando el 7,058m hasta las centésimas queda 7,06m.

El valor expresado correctamente es (7,06 ± 0,01)m.

Incertidumbre o error relativo

Luego de medir una longitud, sabemos que su incertidumbre absoluta es 1mm. *¿Considera usted que es una incertidumbre importante?*

Depende del valor de la medida. Si estabamos midiendo el largo de un grano de arroz, la incertidumbre puede ser muy importante, pero si medíamos la altura de una persona, 1mm es una variación insignificante.

Con la finalidad de evaluar la incertidumbre con relación a la medida, definimos el error relativo.

Denominamos incertidumbre relativa o error relativo de una medida "A" y lo representamos E_R, al cociente entre la incertidumbre absoluta y la medida $E_R = \frac{\delta A}{A}$.

Si al error relativo lo multiplicamos por 100 obtenemos el porcentaje de error (fig. 5).

$$E_R = \frac{\delta A}{A}$$

$$\% \text{ error} = \frac{\delta A}{A} \cdot 100$$

Fig. 5 El error relativo no tiene unidades.

Ejemplo 3

El error relativo de la medida del largo del lápiz (L = 12,4cm ± 0,1cm) de la fig. 1, es:

$$E_R = \frac{\delta A}{A} = \frac{0{,}1\text{cm}}{12{,}4\text{cm}} \Rightarrow \mathbf{E_R = 0{,}008}$$

Vemos que E_R no tiene unidades.

El porcentaje de error en la medida del lápiz es 0,008 . 100 = 0,8%.

Serie de medidas

En un trabajo experimental es conveniente repetir varias veces la medición de cada magnitud en estudio. Muchas veces encontraremos que las medidas obtenidas no son iguales entre si. En la figura 6 vemos una serie de 12 valores obtenidos al medir la masa de un cuerpo.

m (g)	frecuencia
2,26	2
2,27	2
2,28	4
2,29	3
2,31	1

Fig. 6 La frecuencia es el número de veces que se repite una medida.

A) ¿Cuál medida elegimos como representante de la serie?

Existen al menos tres criterios para elegir el valor que represente a una serie de medidas, estos son: a) el promedio, b) el modo y c) valor medio.

a) El Promedio

Es el cociente de la suma de todos los valores, dividido entre el número total medidas realizadas. Para los valores de la figura 6 obtenemos:

$$m_{PROMEDIO} = \frac{2{,}26 \,.\, 2 + 2{,}27 \,.\, 2 + 2{,}28 \,.\, 4 + 2{,}29 \,.\, 3 + 2{,}31 \,.\, 1}{12} = 2{,}28\text{g}$$

La notación para el promedio es $\overline{m}$.

b) El modo o moda de la serie

Es el valor que tiene mayor frecuencia, o sea el que se repite mas veces.

En nuestro ejemplo m_{MODO} = 2,28g, que se repite 4 veces.

c) Valor medio

Es el promedio entre el mayor y el menor valor de la serie.

$$m_{MEDIO} = \frac{2{,}26 + 2{,}31}{2} = 2{,}285\text{g}$$

Vemos que no existe una gran diferencia entre las tres posibilidades. Si aumentamos el número de medidas, estas diferencias se hacen menores.

B) ¿Cómo se determina la incertidumbre?

Para determinar la incertidumbre se calculará la desviación de cada valor respecto al promedio.

La desviación es cuánto se aparta cada medida del promedio y su cálculo se realiza: $\delta m = |m - \overline{m}|$.

m (g)	frec.	δm (g)
2,26	2	0,02
2,27	2	0,01
2,28	4	0,00
2,29	3	0,01
2,31	1	0,03

Fig. 7 Tabla con desviaciones. Recuerde que: $\delta m = |m - \overline{m}|$.

En la fig. 7 vemos ya calculadas las desviaciones. Obtuvimos 12 desviaciones (una para cada medida) y al realizar el promedio obtenemos $\delta\overline{m}$= 0,01g.

Luego de procesar los datos de las 12 medidas obtenidas, podemos decir que un valor probable de la masa del cuerpo es $m = \overline{m} + \delta\overline{m}$

m = (2,28 ± 0,01)g

Propagación de errores

En la mayoría de nuestros trabajos, después de medir y expresar correctamente las medidas con su incertidumbre, tendremos que realizar cálculos con ellas. En la fig. 8 vemos como obtener las incertidumbres de los resultados de dichas operaciones.

- El error absoluto de una suma, es la suma de los errores absolutos de los sumandos. →
- El error absoluto de una resta es la suma de los errores absolutos del minuendo y el sustraendo. →
- El error relativo de un producto es la suma de los errores relativos de los factores. →
- El error relativo de un cociente es la suma de los errores relativos del divisor y el dividendo. →
- El resultado de un producto o cociente tendrá tantas cifras significativas, como el factor que tenga menos cifras. Si multiplicamos dos números, unos con tres cifras significativas y otro con dos, por ejemplo 2,34N x 1,3s. El resultado tendremos que expresarlo con 2 cifras significativas. Por ser el menor número de cifras de uno de los factores (1,3) $\Rightarrow$ 2,34N . 1,3s = 3,0Ns.
- Para que la suma o resta de dos números quede expresada correctamente, estos deben tener el mismo orden decimal. Si no es así, debemos redondear uno de ellos para igualar el orden dcimal del otro.
  Por ejemplo: para sumar 14,29m + 3,5m debemos previamente redondear 14,29m a 14,3m para que quede expresado en décimas de metros al igual que 3,5m. El resultado de la suma es 14,3m + 3,5m = 17,8m.

Operación	Incertidumbre
$S = A + B$	$\delta S = \delta A + \delta B$
$R = A - B$	$\delta R = \delta A + \delta B$
$P = A . B$	$\delta P = (\frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B}) A . B$
$D = \frac{A}{B}$	$\delta D = (\frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B}) \frac{A}{B}$
$Exp = A^n$	$\delta A^n = nA^{n-1} . \delta A$
sen (θ)	$\delta(\text{sen}\,\theta) = \cos\theta . \delta\theta$
cos (θ)	$\delta(\cos\theta) = \text{sen}\,\theta . \delta\theta$

Fig. 8 $A \pm \delta A$ y $B \pm \delta B$ son dos medidas con su incertidumbre.

Ejemplo 4

El desplazamiento de un móvil es $\Delta x = 25{,}2cm \pm 0{,}4cm$ y el tiempo en realizarlo es $\Delta t = 1{,}8s \pm 0{,}2s$. Calcule la velocidad media.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25{,}2cm}{1{,}8s} = 14\frac{cm}{s}$$

$$\delta v_m = (\frac{\delta\Delta x}{\Delta x} + \frac{\delta\Delta t}{\Delta t}) . v_m = (\frac{0{,}4cm}{25{,}2cm} + \frac{0{,}2s}{1{,}8s}) . 14\frac{cm}{s} = 1{,}78\frac{cm}{s}$$

Como el error absoluto debe tener una sola cifra significativa, lo redondeamos, obteniendo $\delta v_m = 2\frac{cm}{s}$.

La velocidad media con su correspondiente incertidumbre es:

$$v_m = (14 \pm 2)\frac{cm}{s}$$